岡山大学大学院環境生命自然科学研究科
2025 年度博士前期課程入学試験問題
機械システム都市創成科学学位プログラム
知能機械システム学コース

数学

注意事項

1．解答始めの合図があるまで、中の頁を見てはいけない。
2．問題用紙は４枚ある。
3．解答用紙は、 [1]、[2]、[3]、[4]の４枚および下書き用紙１枚の計５枚ある。
4．解答始めの合図があったら、中の頁を見て枚数を確認すること。また、すべての解答用紙に、受験番号を記入すること。
5．解答は、それぞれの問題の解答欄に記入すること。他の問題の解答を記入してはいけない。
6．解答欄が足りないときは、同じ問題の解答用紙の裏に記入してもよいが、その場合、裏に記入していることを表の頁に書いておくこと。

令和６年８月２０日
岡山大学大学院環境生命自然科学研究科
機械システム都市創成科学学位プログラム
知能機械システム学コース

数　学

[1] 問い(1)～(2)に答えよ。

(1) 以下の方程式 (a)、(b) それぞれに対して、$\dfrac{dy}{dx}$ および $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を求めよ。

(a) $x^2 + y^2 - a^2 = 0$

(b) $x^3 - 3xy + y^3 = 0$

(2) 定積分 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x\, dx$ を求めよ。ただし、nは非負整数とする。

数　学

［2］問い(1)～(2)に答えよ。

(1) 行列 $A=\begin{bmatrix}3 & 0 & 0\\ 4 & -2 & 6\\ 2 & -3 & 7\end{bmatrix}$ について以下の小問(a)～(b)に答えよ。

(a) Aの固有値と固有ベクトルを求めよ。

(b) Aを対角化する行列Pを求めよ。

(2) R^3における次のベクトル$\boldsymbol{a_1}$, $\boldsymbol{a_2}$, $\boldsymbol{a_3}$について考える。αは実数である。小問(a)～(b)に答えよ。

$$\boldsymbol{a_1}=\begin{bmatrix}1\\ -3\\ 2\end{bmatrix},\ \boldsymbol{a_2}=\begin{bmatrix}1\\ -1\\ 1\end{bmatrix},\ \boldsymbol{a_3}=\begin{bmatrix}\alpha\\ 3\\ 1\end{bmatrix}$$

(a) $\boldsymbol{a_1}$を$\boldsymbol{a_2}$に垂直な成分$\boldsymbol{n}$と、$\boldsymbol{a_2}$に平行な成分$\boldsymbol{p}$に分解するとき $\boldsymbol{a_1}=\boldsymbol{n}+\boldsymbol{p}$である。$\boldsymbol{n}$を求めよ。

(b) $\boldsymbol{a_1}$, $\boldsymbol{a_2}$, $\boldsymbol{a_3}$を辺とする平行六面体の体積が 2 であるときの α をすべて求めよ。

数　学

[3] $x(t)$, $y(t)$ は以下の微分方程式に従う。

$$\frac{dx(t)}{dt} = -3x(t) + y(t) + 2e^{-t} \tag{X}$$

$$\frac{\mathrm{d}y(t)}{dt} = -2y(t) + 2x(t) + e^{-t} \tag{Y}$$

ただし、$x(0) = 3$, $y(0) = -1$ である。このとき、以下の問い(1)～(3)に答えよ。

(1) $z(t) = x(t) + y(t)$ とする。$z(t)$ が満たすべき微分方程式を求めよ。

(2) (1)の微分方程式の解 $z(t)$ を求めよ。

(3) 微分方程式(X), (Y)の解 $x(t)$, $y(t)$ を求めよ。

数　学

[4] 問い(1)～(2)に答えよ。

(1) 次の(a)～(b)に答えよ。

(a) 区分的に滑らかな関数 $y = f(t)(-\pi \leq t < \pi)$を周期$2\pi$の周期関数に拡張した関数のフーリエ級数展開を

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos nt + b_n \sin nt)$$

とするとき、a_0, a_n, b_nを求める式をそれぞれ $f(t)$を用いて表せ。

(b) $f(t) = \begin{cases} 0 & (-\pi \leq t < 0) \\ \sin t & (0 \leq t < \pi) \end{cases}$ をフーリエ級数に展開せよ。

(2) $a > 0$とする関数

$$g(t) = \begin{cases} \dfrac{1}{2a} & (|t| \leq a) \\ 0 & (|t| > a) \end{cases}$$

のフーリエ変換を求めよ。ただし、$f(t)$のフーリエ変換は

$$\hat{f}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, e^{-i\omega t} dt$$

で与えられるものとする。