受験 番号	

2025 年度 岡山大学大学院環境生命自然科学研究科(博士前期課程)

環境生命自然科学専攻 数理情報科学学位プログラム

電気電子機能開発学コース 入学試験問題

専 門 科 目
(数 学)

注意

1. 試験時間は 10:00～12:00 です。試験終了まで退室は認めません。
2. 配布された問題冊子1冊，解答用冊子1冊を確認しなさい。ただし，試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけません。また，どの冊子も切り離してはいけません。問題冊子は，この表紙を含めて 6 枚の問題紙を綴じています(2～5 枚目：問題，6 枚目：下書き・計算用)。
3. **すべての解答用紙**および**問題冊子の表紙**の受験番号欄に**受験番号**を記入すること。採点の際に解答用紙を1枚ずつ切り離すので，受験番号が記入されていない解答用紙に書かれた答案は採点されません。
4. 問題は第 1 問から第 4 問まであります。すべての問題に解答し，解答用冊子の所定頁の表面に記入しなさい。指定と異なる解答用紙や裏面に書かれた答案は採点されません。
5. 問題紙の余白や裏面は下書きに利用してよいが，記入された内容は採点対象としません。
6. 問題冊子と解答用冊子は，すべて試験終了後に回収します。

数学

第1問

問1 次の関数を x で微分せよ。計算の過程を示すこと。

(1) $y = \sin(\cos(\sin x))$

(2) $y = \cos^{-1} x \quad (-1 < x < 1$ かつ $0 < y < \pi)$

問2 関数 $z = f(x, y) = \cos(x + y)$ について，以下の問いに答えよ。

(1) $x = \dfrac{\pi}{4}$，$y = \dfrac{\pi}{4}$ における $z = f(x, y)$ の全微分を求めよ。

(2) 点 $\left(\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{\pi}{4}, 0\right)$ における $z = f(x, y)$ の接平面の方程式を求めよ。

問3 下記の領域 D における 2 重積分について，以下の問いに答えよ。

$$\iint_D x\,dxdy,\ D = \left\{(x,\ y);\ \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1,\ x \geq 0\right\}\ (a > 0,\ b > 0)$$

(1) $x = ar\cos\theta$，$y = br\sin\theta$ と変数変換するときのヤコビアンを求めよ。計算の過程を示すこと。

(2) $\iint_D x\,dxdy$ を求めよ。

数学

第2問

問1　2次の正方行列$\mathbf{A}$を次のように与えるとき，以下の問いに答えよ。

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix}\cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix}$$

(1)　$\theta=60°$のとき，xy平面上の点$\mathrm{P}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2},\dfrac{1}{2}\right)$の$\mathbf{A}$による線形変換を求めよ。

(2)　$\theta=45°$のとき，$\mathbf{A}^5\begin{pmatrix}\dfrac{1}{\sqrt{2}} \\ \dfrac{1}{\sqrt{2}}\end{pmatrix}$を計算せよ。

問2　次の連立1次方程式について，以下の問いに答えよ。

$$\mathbf{B}\begin{pmatrix}x \\ y \\ z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\alpha \\ \beta \\ \gamma\end{pmatrix},\quad \text{ただし}\mathbf{B}=\begin{pmatrix}b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33}\end{pmatrix}$$

(1)　連立方程式の右辺を$\alpha=\beta=\gamma=0$とした場合の同次連立方程式が，自明でない解をもつための必要十分条件を答えよ。

(2)　行列$\mathbf{B}$と右辺を次のように与えるとき，非同次連立方程式を解き，x,y,zを求めよ。

$$\mathbf{B}=\begin{pmatrix}1 & -1 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 1\end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix}\alpha \\ \beta \\ \gamma\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 \\ -1 \\ 2\end{pmatrix}$$

(3)　(2)の行列$\mathbf{B}$の固有値をすべて求めよ。

数学

第3問

問1　次の微分方程式を以下の(1)〜(3)の手順で解け。ただし，$x \neq 0$ とする。

$$xy\frac{dy}{dx} = 2x^2 - y^2 \cdots (3.1)$$

(1) $\dfrac{y}{x} = u$ と変数変換を行うことを考える。このとき，$\dfrac{dy}{dx}$ を x と u を用いて表せ。

(2) (1)で得られた関係式を与えられた微分方程式 (3.1) に代入し，独立変数 x と従属変数 u からなる微分方程式を示せ。

(3) (2)の微分方程式を解き，$u = \dfrac{y}{x}$ を用いて与えられた微分方程式 (3.1) の解を求めよ。

問2　次の微分方程式を解け。

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = \cos x$$

第4問

問1 関数 $f(t)$ のフーリエ変換 $F(\omega)=\mathscr{F}\left[f(t)\right]$ について，以下の問いに答えよ。ただし，t，ω は実数である。

(1) フーリエ変換の定義式に基づいて $f_1(t)=\begin{cases}1 & (|t|\le a)\\ 0 & (|t|>a)\end{cases}$ のフーリエ変換 $F_1(\omega)$ を求めよ。ただし，a は正の実数である。

(2) $f_1(t)$ と $F_1(\omega)$ のグラフをそれぞれ図示せよ。グラフには軸との交点の値を書くこと。

問2 関数 $f(t)$ のラプラス変換 $F(s)=\mathscr{L}\left[f(t)\right]$ について，以下の問いに答えよ。ただし，t は $t\ge 0$ を満たす実数，s は複素数である。また，ステップ関数 $u(t-b)$ を次のように定義する。ここで，b は $b\ge 0$ を満たす実数である。

$$u(t-b)=\begin{cases}0 & (t<b)\\ 1 & (t\ge b)\end{cases}$$

(1) $\mathscr{L}\left[u(t-b)\right]$ をラプラス変換の定義式に基づいて求めよ。

(2) $\mathscr{L}\left[u(t-b)f(t-b)\right]=e^{-bs}F(s)$ をラプラス変換の定義式に基づいて示せ。

(3) 図1に示す関数 $f_2(t)$ のラプラス変換 $F_2(s)$ を求めよ。ただし，$T>0$ とする。

(4) 図1に示す関数 $f_2(t)$ と，図2に示す $t\ge 0$ で周期 $T(>0)$ の関数 $f_3(t)$ との間には，

$$f_2(t)=u(t)f_3(t)-u(t-T)f_3(t-T)$$

の関係がある。この関係を利用して，$f_3(t)$ のラプラス変換 $F_3(s)$ を $F_2(s)$ を使って表せ。

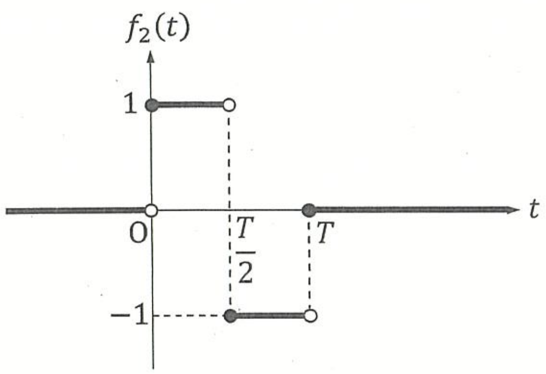

図1

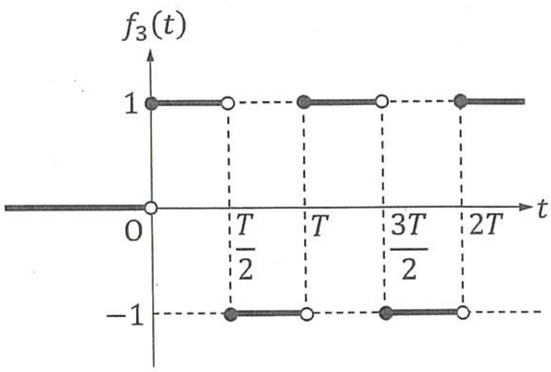

図2